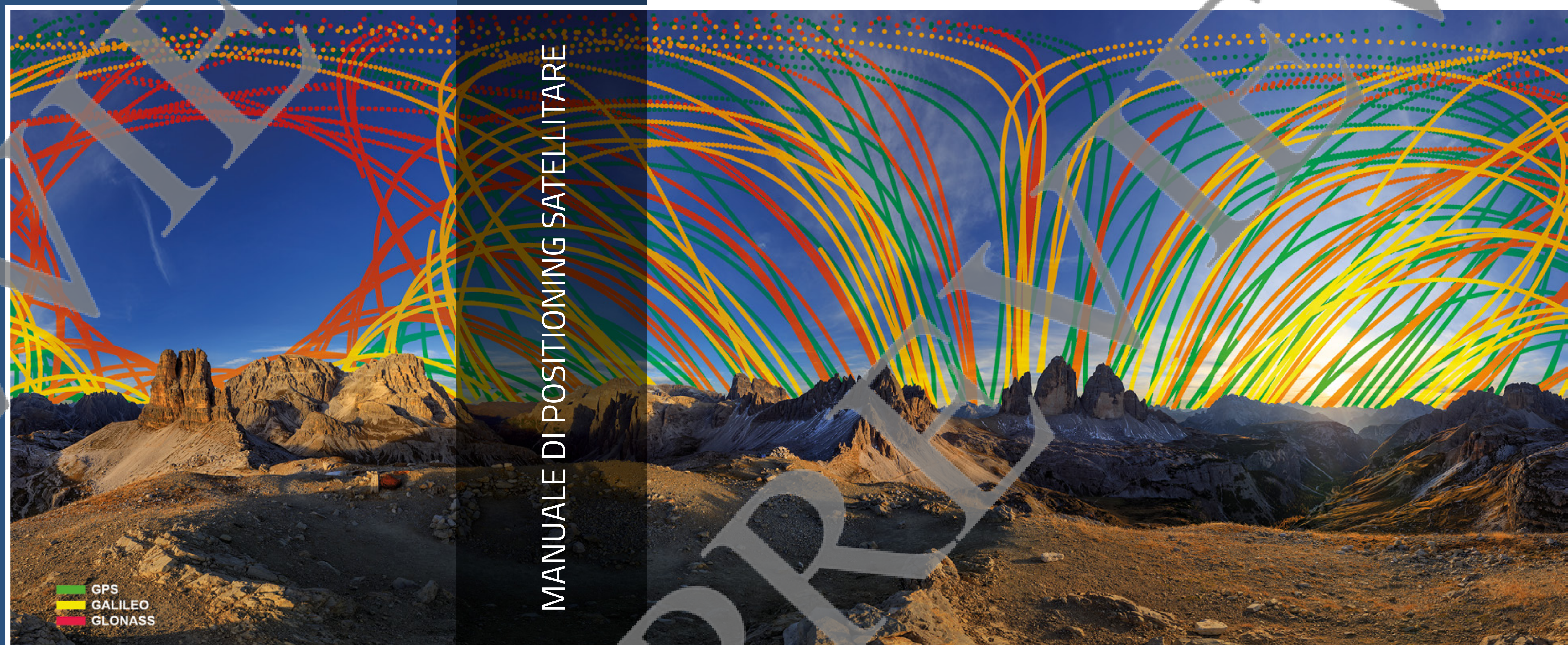
Geomatics Research & Development s.r.l
Via Cavour 2, 22074 Lomazzo (CO) Italia

MANUALE DI POSITIONING SATELLITARE

GReD

MANUALE DI POSITIONING SATELLITARE

Un corso base sul GNSS e il suo uso nel Positioning



Redatto a cura di:
F. Sansò, S. Caldera, L. Pertusini,
M. Capponi, S. Barindelli, A. Gatti, G. Tagliaferro

GReD

Manuale di Positioning Satellitare:
un corso di base sul GNSS e il suo uso nel Positioning

Redatto a cura di F. Sansò, S. Caldera, L. Pertusini, M. Capponi, S. Barindelli, A. Gatti, G. Tagliaferro

12 Aprile 2022

Indice

Condizioni di minimo:
il sistema è risolvibile ma 1 equazione è combinazione lineare delle altre e quindi ho infinite soluzioni.

$$\begin{aligned} 2\hat{x}_1 - \hat{x}_2 - \hat{x}_3 &= -D_{12} - D_{13} \\ -\hat{x}_1 + 2\hat{x}_2 - \hat{x}_3 &= D_{12} - D_{23} \\ -\hat{x}_1 - \hat{x}_2 + 2\hat{x}_3 &= D_{13} + D_{23} \end{aligned}$$

$\sum I^o \; membro \equiv 0$ $\qquad$ $\sum II^o \; membro \equiv 0$

Devo usare 2 equazioni e fissare per convenzione il sistema di riferimento!

a) $\hat{x}_1 = 0$ cioè O = $\hat{\mathrm{P}}_1$ = P_1 che implica anche $x_1 = 0$

Soluzione

$$\hat{x}_1 = 0$$

$$\hat{x}_2 = \frac{2}{3}D_{12} + \frac{1}{3}D_{13} - \frac{1}{3}D_{23} = x_2 - x_1 + \frac{2}{3}\varepsilon_{12} + \frac{1}{3}\varepsilon_{13} - \frac{1}{3}\varepsilon_{23}$$

$$\hat{x}_3 = \frac{2}{3}D_{13} + \frac{1}{3}D_{12} + \frac{1}{3}D_{23} = x_3 - x_1 + \frac{2}{3}\varepsilon_{13} + \frac{1}{3}\varepsilon_{12} + \frac{1}{3}\varepsilon_{23}$$

$\boldsymbol{E}\{\ \}$ $\downarrow$

$\hat{x}_1 = 0$

$x_2 - x_1 = x_2$

$x_3 - x_1 = x_3$

$$\sigma^2(\hat{x}_1) + \sigma^2(\hat{x}_2) + \sigma^2(\hat{x}_3) = E\{\hat{x}_1^2\} + E\{(\hat{x}_2 - x_2)^2\} + E\{(\hat{x}_3 - x_3)^2\} = 0 + \tfrac{6}{9}\sigma_\varepsilon^2 + \tfrac{6}{9}\sigma_\varepsilon^2 = \tfrac{4}{3}\sigma_\varepsilon^2$$

indice di variabilità della configurazione trovata

b) $\hat{x}_1, +\hat{x}_2 + \hat{x}_3 = 0$ cioè O = $\hat{\mathrm{P}}_1$ = P_1 cioè anche $x_1 + x_2 + x_3 = 0$

Soluzione $\qquad$ $\boldsymbol{E}\{\ \}$ $\downarrow$

(Uso II[a] e III[a] equazione $\hat{x}_1 = -\hat{x}_2 - \hat{x}_3$)

$$\hat{x}_1 = -\frac{1}{3}D_{12} - \frac{1}{3}D_{13} = x_1 - \frac{1}{3}\varepsilon_{12} - \frac{1}{3}\varepsilon_{13} \qquad x_1$$

$$\hat{x}_2 = \frac{1}{3}D_{12} - \frac{1}{3}D_{23} = x_2 + \frac{1}{3}\varepsilon_{12} - \frac{1}{3}\varepsilon_{13} \qquad x_2$$

$$\hat{x}_3 = \frac{1}{3}D_{13} + \frac{1}{3}D_{23} = x_3 + \frac{1}{3}\varepsilon_{13} + \frac{1}{3}\varepsilon_{23} \qquad x_3$$

$$\sigma^2(\hat{x}_1) + \sigma^2(\hat{x}_2) + \sigma^2(\hat{x}_3) = \tfrac{2}{9}\sigma_\varepsilon^2 + \tfrac{2}{9}\sigma_\varepsilon^2 + \tfrac{2}{9}\sigma_\varepsilon^2 = \tfrac{2}{3}\sigma_\varepsilon^2$$

Indice di variabilità

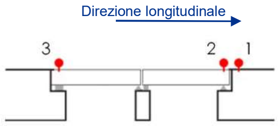
Si può dimostrare che tra tutte le condizioni lineari utili a risolvere il sistema ($a\hat{x}_1, +b\hat{x}_2 + c\hat{x}_3 = 0$) quella del baricentro è quella che da la minima variabilità della configurazione.

POSTAZIONI GNSS:

1: spalla in frana

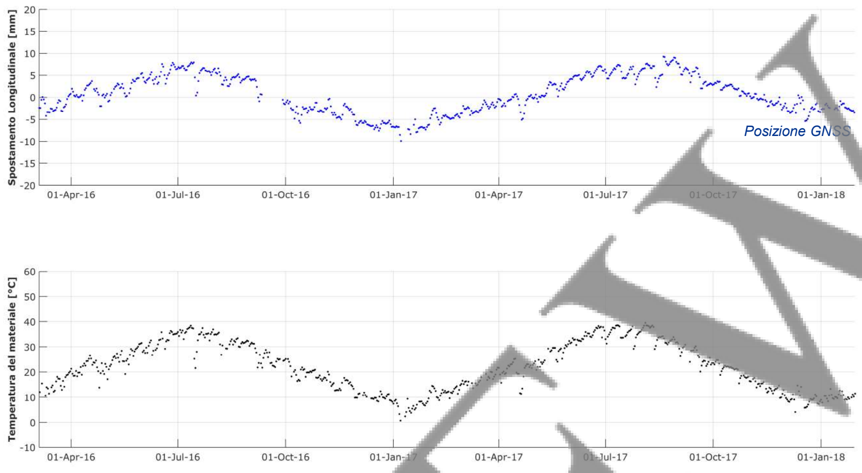
2: appoggio mobile

3: appoggio fisso



Deformazione termica dell'impalcato

Punto 2 rispetto a Punto 3



In questo caso un modello interpretativo del comportamento dello spostamento può essere basato su una regressione lineare semplice, cioè decomponendo lo spostamento $X(t)$ in una parte dovuta alla dilatazione termica ed un residuo $\delta X(t)$ decorrelato dalla precedente

$$X(t) = aT(t) + \delta X(t) \, .$$

Si può stimare a con una semplice formula di regressione

$$a = \frac{\sum_{t=1}^{N} X(t)(T(t) - \overline{T})}{\sum_{t=1}^{N} (T(t) - \overline{T})^2}$$

$$\overline{T} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} T(t) = \text{ media generale della temperatura}$$

e passare poi al grafico dei residui $\delta X(t) = X(t) - aT(t)$ (vedi Figura a pag. 204).

D Bibliografia

Di seguito sono riportati alcuni dei principali testi di riferimento utili per approfondire gli argomenti trattati:

Leick, A., Rapoport, L. and Tatarnikov, D., 2015. GPS satellite surveying. John Wiley & Sons.

Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. and Collins, J., 2012. Global positioning system: theory and practice. Springer Science & Business Media.

Teunissen, P. and Montenbruck, O. eds., 2017. Springer handbook of global navigation satellite systems. Springer.

Sansò, F., Betti, B. and Albertella, A., 2019. Positioning. Posizionamento classico e satellitare (pp. 1-369). CittàStudi Edizioni.

Xu, G. and Xu, Y., 2016. GPS. Theory, Algorithms and Applications. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Subirana, J., Zornoza, J., Hernández-Pajares, M., 2013. GNSS Data Processing, Volume 1. ESA Communications.

Borre, K., Akos, D.M., Bertelsen, N., Rinder, P. and Jensen, S.H., 2007. A software-defined GPS and Galileo receiver: a single-frequency approach. Springer Science & Business Media.

Dach, R. and Walser, P., 2015. Bernese GNSS Software Version 5.2.